1. Сопротивление

Слово сопротивление в русском языке имеет несколько значений. В каком же значении его понимают инженеры, интересуясь прочностью конструкций?

Начнем с эксперимента. Представим себе доску, уложенную на две опоры (камня) и человека, который поставив одну ногу на ее средину (Рис.1- 1), постепенно переносит свой вес на эту ногу (Рис.1- 2).

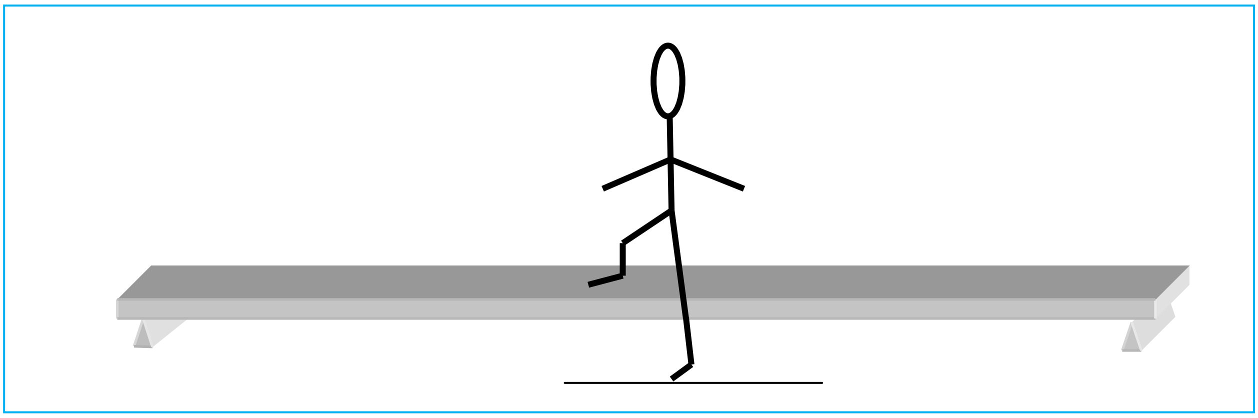


Рис.1- 1

Что при этом будет происходить?

-А: доска будет прогибаться.

-Б: и чем большая часть веса человека будет перенесена на нее, тем больше будет прогиб доски.

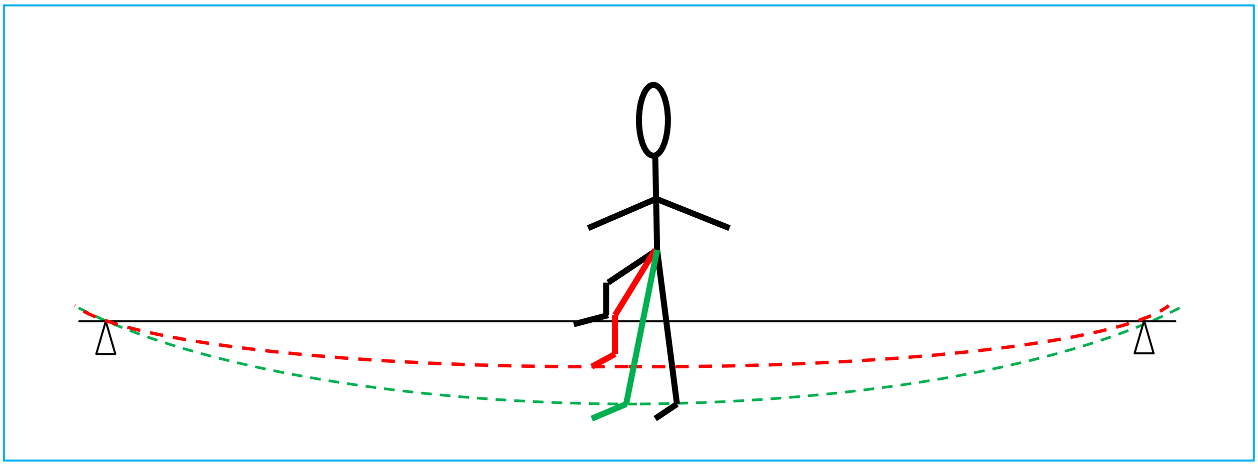


Рис.1- 2

Во-первых, мы с вами сейчас поняли, какое сопротивление имеют в виду, когда говорят о работе конструкции под нагрузкой. Именно о сопротивлении материала конструкции попыткам изменить ее форму. Или, другими словами, конструкция, деформируясь под действием приложенной к ней нагрузки, создает противодействие, способное уравновесить приложенную нагрузку.

Во-вторых, Б, сам того не подозревая, открыл закон, на котором основана вся механика твердого деформируемого тела, одним из разделов которой и является сопротивление материалов.

Этот закон носит имя Роберта Гука (1635 -1703) известного английского естествоиспытателя, который, занимаясь экспериментами с часовыми пружинами, в 1660г.открыл, а в 1676 году опубликовал этот закон под видом анаграммы «**ceiiinosssttuv**», означающей «**Ut tensio sic vis**», что можно перевести как «Каково удлинение такова и сила».

Но вернемся к нашим экспериментам. В чем природа противодействия, которое создает деформированная конструкция? Рассмотрим конструкцию попроще. По примеру Гука представим себе тонкую вертикальную нить, один конец которой прикреплен к стене с помощью гвоздя, а на другом имеется чаша, в которую можно помещать гири (Рис.1- 3).

Положим в чашку весов гирю весом Р. Нить вытянется (удлинится) на некоторую величину Δl и окажет сопротивление силе веса Р, какой же по величине силой. Увеличим нагрузку вдвое (2Р). Нить удлинится еще больше, а если измерить, как это сделал Гук, то окажется, что на величину 2Δl и окажет в 2 раза большее сопротивление. Почему так происходит?

-А: потому, что материал струны сопротивляется удлинению. Чем больше вес груза, тем на большую величину удлиниться струна, тем большей силой будет она сопротивляться.

Замечательно. Но в чем природа этого сопротивления?

Современному человеку из школьного курса физики хорошо известно, что все физические тела состоят из атомов, между которыми действуют, так называемые, межатомные силы. Не задаваясь здесь природой этих сил, заметим, что величина их будет расти, если попытаться увеличить (уменьшить) расстояние между атомами. Методами физики можно установить зависимость между величинами межатомных сил и изменением межатомных расстояний, которая показана на Рис.1- 4

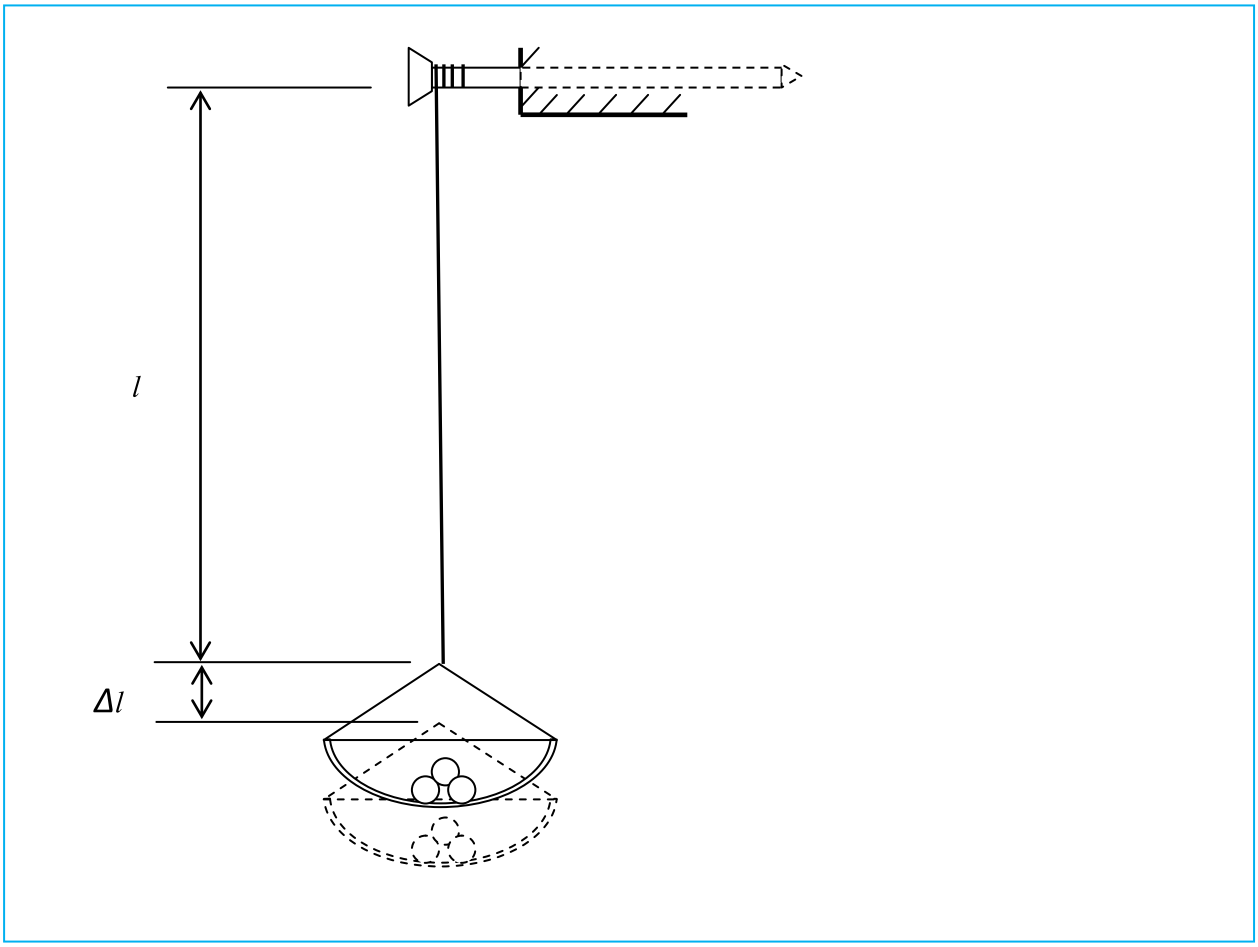


Рис.1- 3

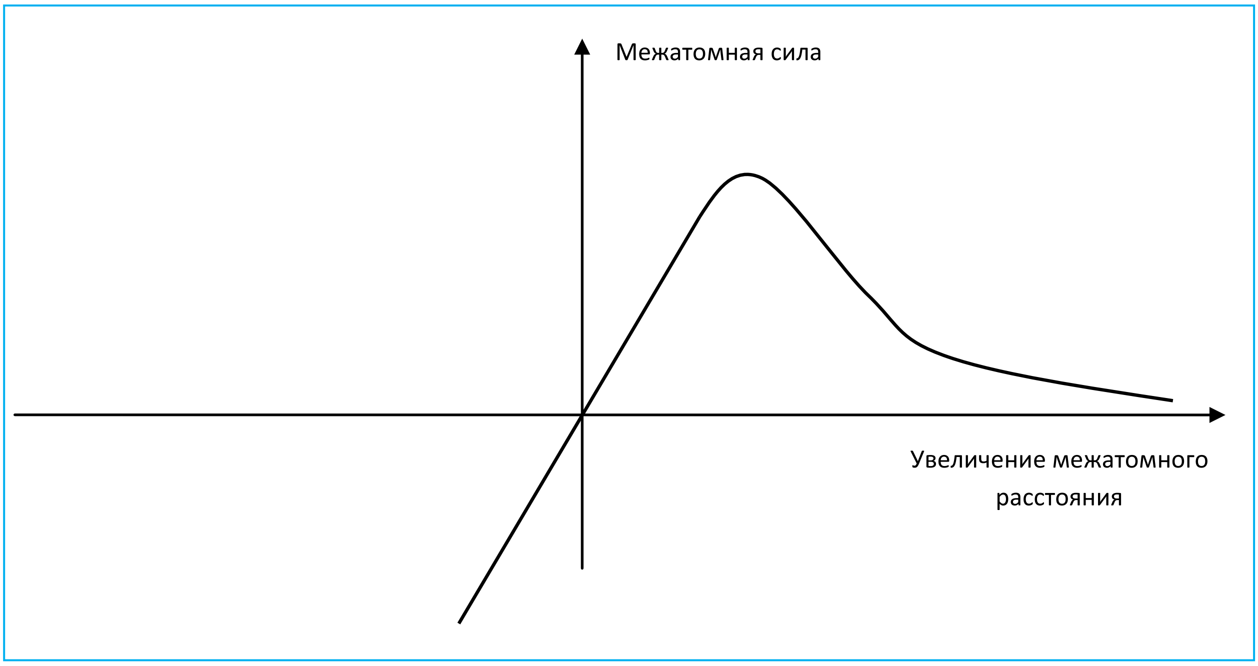


Рис.1- 4

Для большинства интересных инженерам материалов, зависимость между величинами межатомных сил и изменение межатомных расстояний оказывается близкой к линейной, если только эти изменения не очень велики. Когда же увеличение межатомных расстояний становится достаточно большим, сначала нарушается линейная зависимость сил от расстояний, при этом силы будут расти медленнее, чем расстояния, а затем и вообще расти перестанут, что соответствует разрушению этих связей.

-А: разрушение связей, видимо, соответствует разрушению материала?

Да, это, несомненно, так, однако это справедливо только для монокристаллов, материалов, состоящих только из одного кристалла. Современные технологии производства конструкционных материалов не позволяют создавать монокристаллы. Поэтому, имеющиеся в распоряжении современных инженеров материалы, металлы, например, представляют собой полекристаллиды, в которых отдельные кристаллы соединены друг с другом менее прочными связями, чем в самом кристалле, либо вообще «прослойками» примесей, вытесненных из кристалла при его росте. Аналогично тому, как соль вытесняется из кристаллов льда при замерзании морской воды.

Представим себе, что мы продолжаем нагружать нашу струну. В каком месте она порвется, при этом будем полагать, что вес самой струны исчезающее мал по отношению к весу груза **P**, вызывающего разрыв струны?

-А: где тонко, там и рвется.

Конечно, любая струна не идеальна и площади поперечного сечения, по длине, могут отличаться, но при качественном изготовлении эти отличия будут составлять доли процента. При этом вполне представим случай, при котором минимальная площадь реализуется не в одном поперечном сечении, а хотя бы в двух, но никто еще не знал примера, когда бы нить разорвалась сразу на несколько частей?

Ответ на этот вопрос не лежит на поверхности и был получен не так давно, а именно в 20-х годах 20 столетия. Но об этом позднее.

Закон Гука

Однако, вернемся к нашему эксперименту со струной (Рис.1- 3). Как установил, в свое время Гук, увеличение воздействия **P** в **n**-раз приводит к увеличению удлинения в те же **n**-раз. А что будет, если взять нить другой длины, например, в **m**-раз длиннее (короче)? Оказывается, что при одинаковой нагрузке **P** удлинение нити будет в **m**-раз больше (меньше). И, наконец, экспериментируя с нитями различной толщины, можно установить обратно пропорциональную зависимость удлинения от площади поперечного сечения струны. Чем больше площадь поперечного сечения струны, тем меньше ее удлинение, при прочих равных условиях.

-А: А если рассматривать нити из разных материалов, например, стальную и резиновую?

Конечно, для разных материалов величина удлинения Δl будет разной. В нашем примере удлинение стальной струны будет во много раз меньшим, чем удлинение струны резиновой. Конечно, мы говорим о струнах одинаковой толщины и длины, нагруженных одинаковыми грузами весом **P**.

Если площадь поперечного сечения струны обозначить буквой **A**, то полученные результаты можно выразить следующей формулой, которую иногда называют законом Гука для случая растяжения:

$$\Delta l = \frac{\boldsymbol{N\,l}}{\boldsymbol{E\,A}}$$

(Ф.1- 1)

В этой формуле, буквой **N** обозначена сила, возникающая в струне в ответ на удлинение **Δl** и численно равная (уравновешивающая) вес груза **P (N = P)**, а **E** - некая постоянная, отражающая свойства материала, а именно его жесткость, которая в прямую связана с величинами межатомных сил, возникающими при изменении межатомных расстояний. На Рис.1- 4 величину **E** можно связать с углом наклона линейной части графика к горизонтальной оси. Чем жестче материал, тем более сильные межатомные взаимодействия, тем круче поднимается линейная часть графика.

Формула (Ф.1- 1) не выглядит как закон, она записана для конкретного объекта – струны длиной $\boldsymbol{l}$, имеющей площадь поперечного сечения $\boldsymbol{A}$. Для того, что бы отнести полученный результат к любому растянутому объекту введем в рассмотрение некоторые относительные величины.

Во-первых, деформацию **ε**.

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{\boldsymbol{\Delta l}}{\boldsymbol{l}}$$

(Ф.1- 2)

Относительное удлинение или деформация – это безразмерная величина, являющаяся «удлинением единицы длины» струны.
Во-вторых, напряжения **σ**.

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\boldsymbol{N}}{\boldsymbol{A}}$$

(Ф.1- 3)

Нормальное напряжение, как отношение величины равнодействующей межатомных сил к площади поперечного сечения струны. В механике твердого деформируемого тела и в сопротивлении материалов не принято интересоваться природой возникновения сил сопротивления, поэтому понятие напряжения вводят обычно так.
Представим себе некоторое поперечное сечение растянутого элемента, например, струны. В этом поперечном сечении действует сила N, возникшая в результате деформирования это элемента. Нормальным напряжением σ будем считать элементарную силу, приложенную к бесконечно малому участку этого поперечного сечения (см. Рис.1- 5), такую, что

$$N = \int_A \sigma(x;y)dA$$

(Ф.1- 4)

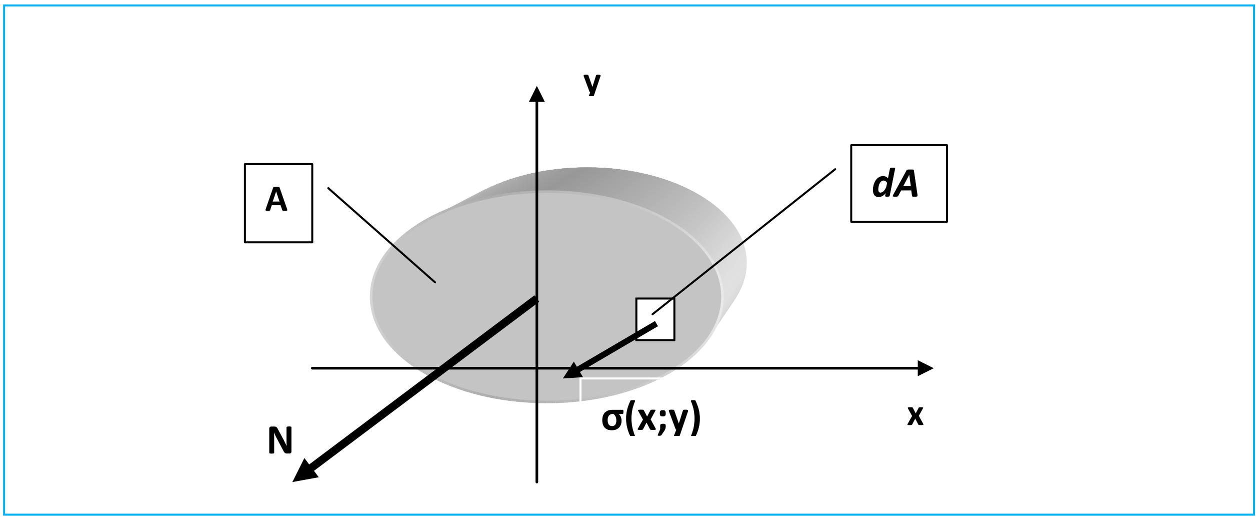


Рис.1- 5

Заметим, что (Ф.1- 3) будет следовать из (Ф.1- 4) только в том случае, если напряжения **σ(x;y)** одинаковы в каждой из точек поперечного сечения, т.е. **σ(x;y) = const.**

Для нашего случая, простого растяжения, такое предположение можно сделать исходя из очевидных рассуждений. Действительно, если представить себе струну, состоящую из отдельных, расположенных вплотную друг к другу волокон площадью поперечного сечения ***dA*** каждое, то понимая, что удлинение каждого из таких волокон будет одинаковым и равным ***Δl***, заключаем, что в каждом из них возникнут одинаковые элементарные усилия ***σ***. заметим, что напряжение будет иметь размерность «сила»/»площадь».

Теперь запишем соотношение (Ф.1- 1) с учетом (Ф.1- 2) и (Ф.1- 3)

$$E\,\frac{\Delta l}{l} = \frac{N}{A}\ \text{или}$$
$$\boldsymbol{E\,\varepsilon = \sigma}$$

(Ф.1- 5)

Именно соотношение (Ф.1- 5) и принято в настоящее время называть законом Гука. Постоянную ***E*** называют модулем упругости материала или модулем Юнга, в честь английского физика XIX века Томаса Юнга (англ. Thomas Young 1773 - 1829), который первым показал, что при малых деформациях отношение

$$\boldsymbol{\frac{\sigma}{\varepsilon} = const = E.}$$

Величина этой константы зависит от материала и является характеристикой жесткости данного материала.

Из соотношения (Ф.1- 5) следует, что ***E*** имеет размерность напряжения и ее можно трактовать, как напряжение, при котором деформация становится равной ***1***. Другими словами ***E*** это такое напряжение, при котором длина струны увеличилась бы вдвое. Конечно, для большинства материалов деформация величиной равной 1 недостижима, т.к. задолго до этого материал разрушится.

Обращаю ваше внимание на то, что соотношение (Ф.1- 5) получено нами для модели струны (одинаковые по длине поперечные сечения, напряжения, как элементарные силы сопротивления, однородный материал с единственной характеристикой – модулем Юнга). Теперь мы можем экспериментально изучить свойство жесткости различных материалов (модуль Юнга) и применять закон Гука для всех этих материалов.

Испытания на растяжение

Для получения значения модуля упругости материала нужно провести довольно простые эксперименты, в ходе которых потребуется нагружать образцы из рассматриваемого материала растягивающими усилиями, измерять величины этих усилий и величины удлинений образцов, а далее, разрешив соотношение (Ф.1- 1) относительно ***E***, вычислять экспериментальные значения модуля упругости по формуле:

$$E = \frac{N\,l}{\Delta l\,A}$$

Для экспериментов изготавливают образцы специальной формы, нагружение производят в специальных испытательных машинах, а удлинение измеряют специальными приборами – тензометрами. Я позволю себе не останавливаться здесь ни на конструкции испытательных машин, ни на конструкции тензометров, отослав интересующихся к любому учебнику по сопротивлению материалов, где эти вопросы рассмотрены с изумительной подробностью. Для нас будет достаточно рассмотреть некоторые результаты, собранные в Табл.1- 1.

Табл.1- 1

Модули упругости различных материалов

Наименование материала	**Модуль упругости (МПа)**
Сталь углеродистая	$(2{,}0...2{,}1)\cdot 10^5$
Сталь легированная	$(2{,}1...2{,}2)\cdot 10^5$
Медь	$1{,}1\cdot 10^5$
Алюминий катанный	$0{,}69\cdot 10^5$
Свинец	$1{,}7\cdot 10^4$
Лед	$1{,}0\cdot 10^4$
Стекло	$5{,}6\cdot 10^4$
Гранит	$4{,}9\cdot 10^4$
Бетон	$(1{,}82...2{,}32)\cdot 10^4$

Древесина вдоль волокон	$(1{,}0...1{,}2) \cdot 10^4$
Древесина поперек волокон	$(0{,}5...1{,}0) \cdot 10^3$
Каучук	8,0

В этой таблице модули упругости представлены в единицах измерения давления (напряжения), которые называют мегапаскаль. Один МПа равен $1 \cdot 10^6$ Па. Па (паскаль) – это единица измерения давления. 1Па = 1 Н/м^2 (ньютон на метр квадратный).

Чтобы представить себе масштаб этих величин, вычислим, какое давление на пол создает средний человек или, что, то же самое, какое напряжение развивается в подошвах его ботинок? Пусть этот человек имеет массу 80 кг и 43-й размер обуви. Тогда площадь его подошв будет примерно 2 * 30 * 10 = 600 см^2 = $6 \cdot 10^{-2}$ м^2 , а вес 80 * 9,8 = 784 Н. Значит искомое давление будет $784/6 \cdot 10^{-2}$ = 1366,7Па или $1{,}37 \cdot 10^{-3}$ МПа. Вспомним, что модуль упругости по величине равен напряжению, которое нужно создать в материале, чтобы обеспечить деформацию равную 1. А сколько, рассмотренных нами человек, нужно поставить друг на друга, чтобы каучуковые подошвы у ботинок последнего стали тоньше в 2 раза (деформация будет равна 0,5)?

-А: посчитаем. Если деформация равна 0,5, а модуль упругости каучука 8 МПа, то, очевидно, напряжение, которое уменьшит толщину подошв вдвое, будет 4 МПа. Если один человек создает напряжение в $1{,}37 \cdot 10^{-3}$ МПа, то потребуется поставить друг на друга ***$4/1{,}37 \cdot 10^{-3}$ = 3077*** *чел. Бедный нижний!!!*

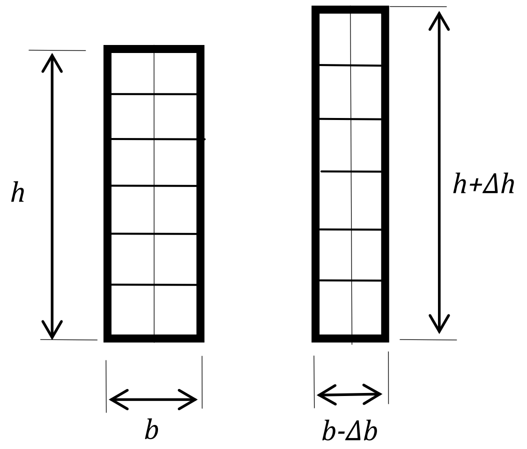
Заметим, что модуль упругости стали почти на 5 порядков больше, чем модуля упругости каучука. Рассмотренный пример несколько надуман. При таких больших деформациях не будет соблюдаться закон Гука, но зато он дает возможность почувствовать масштаб величин модулей упругости для конструктивных материалов.

Рассматривая величины модулей упругости различных материалов можно заметить, что они приведены с 2-3 значащими цифрами. Что это, малая точность таблицы? Нет, дело в том, что с большей точностью определить модуль упругости реального материала невозможно. Даже для образцов, сделанных из «одного куска» стали, разброс значений в эксперименте будет иметь именно такой порядок. Что уж говорить о дереве.

-В: у меня вопрос. Результаты в Табл.1- 1 *получены при испытаниях образцов на растяжение, а в примере с ботинками подошвы сжаты. Можно ли говорить о том, что модуль упругости материала одинаков при растяжении и сжатии?*

Да, это действительно так и следует уже из Рис.1- 4, т.к. модуль упругости, как отмечалось выше, пропорционален углу наклона графика к горизонтальной оси.

При испытаниях на растяжение выясняется, что при продольном удлинении образца происходит его поперечное сужение (и, наоборот, сжимаемый образец обнаруживает способность увеличивать поперечные размеры) (см. Рис.1- 6).



$$\varepsilon_{\text{поперечная}} = \frac{-\Delta b}{b}$$

$$\varepsilon_{\text{продольная}} = \frac{\Delta h}{h}$$

Рис.1- 6

Этот эффект изучался французским ученым Пуассоном, который ввел в рассмотрение коэффициент поперечной деформации

$\mu = \left|\frac{\varepsilon_{\text{поперечная}}}{\varepsilon_{\text{продольная}}}\right|$, получивший, впоследствии, его имя. Коэффициент Пуассона, как и модуль упругости, является механической характеристикой материала и может изменяться в пределах от 0, до 0,5.

Материалы имеющие коэффициент Пуассона равным (или близким к) 0, например, пробка, вообще не испытывают поперечных деформаций при продольном деформировании, а материалы с μ=0,5, например, резина, наоборот, сильно изменяют поперечные размеры. Поэтому первую и используют для укупорки бутылок, т.к. пробку («затычку») из коры пробкового дуба, относительно легко пропихнуть в бутылочное горлышко, надавливая (сжимая) ее, ведь, при этом, поперечные размер «затычки» не будет изменяться, что не скажешь о ее резиновом аналоге. Резиновую «затычку» можно загнать в горлышко, только придав ей коническую форму.

Для большинства конструкционных материалов, таких как стали, значения коэффициента продольного расширения лежат вблизи 0,3.

Продолжим рассмотрение результатов испытаний образцов на растяжение.

Дело в том, что современные испытательные машины позволяют в ходе растяжения (сжатия) образца автоматически записать, так называемую, диаграмму деформирования материала. Диаграммой деформирования называют график, построенный в осях P(N) – Δl. Этот график позволяет рассмотреть поведение материала (образца) под нагрузкой вплоть до разрушения.

На Рис.1- 7, Рис.1- 8 и Рис.1- 9 представлены примеры таких диаграмм.

Диаграмма деформирования хрупкого материала

Рис.1- 7

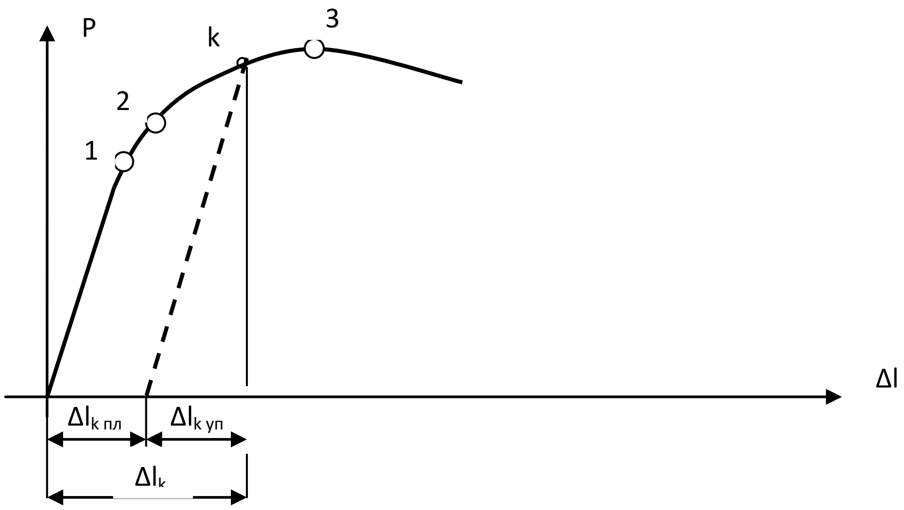


Диаграмма деформирования большинства конструкционных материалов

Рис.1- 8

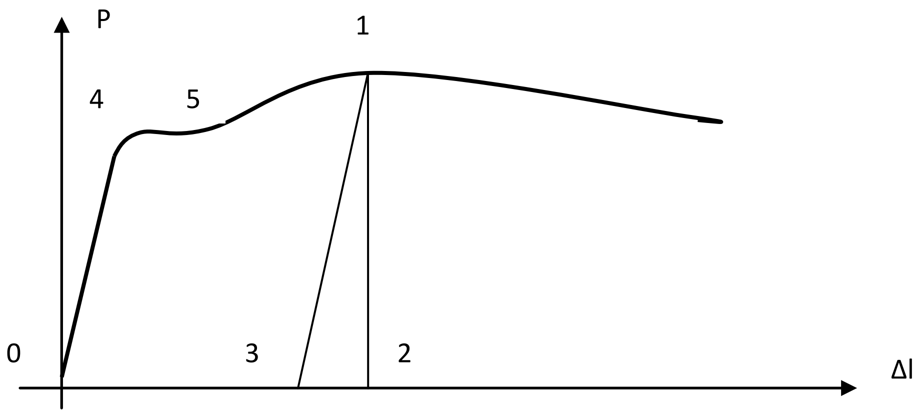


Диаграмма деформирования малоуглеродистой стали

Рис.1- 9

Заметим, что диаграммы деформирования могут быть представлены не только в виде ***P – Δl***, но и в виде **σ – ε**. Действительно, если разделить абсциссы диаграммы ***P – Δl*** на первоначальную длину образца ***l***, а ординаты на первоначальную площадь поперечного сечения ***A***, то получим диаграмму **σ – ε**.

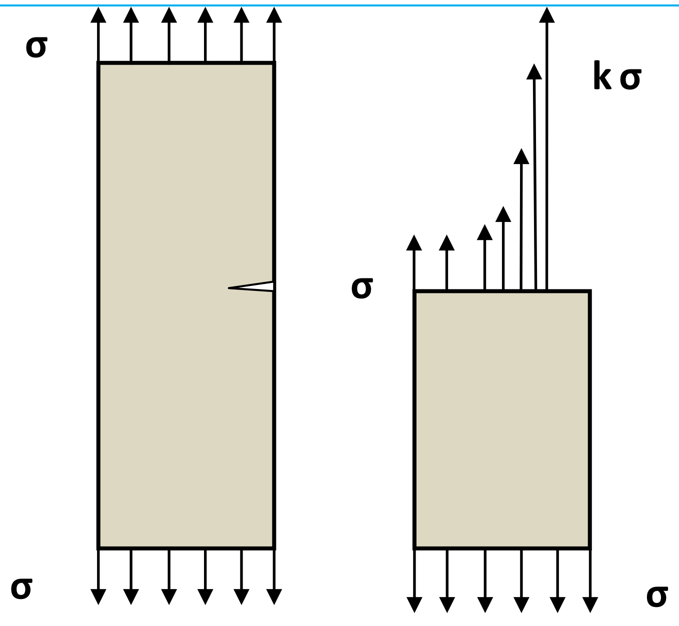
Хрупкие материалы

Начнем наше рассмотрение с простейшей диаграммы, представленной на Рис.1- 7. Такие диаграммы характерны для материалов, которые принято называть хрупкими. К ним относятся чугун, стекло, камень, разного рода керамику. Для этих материалов характерно то, что разрушение их происходит внезапно, при относительно небольшой деформации. Кроме того, деформации, которые протекли до момента разрушения, полностью исчезают после разрушения и разгрузки образца. Вспомните, что разбитую керамическую или стеклянную тарелку можно сложить по частям и склеить. При этом форма ее не будет отличаться от первоначальной. В большинстве случаев поведение хрупких материалов под нагрузкой до конца подчиняется закону Гука.

На первый взгляд механизм деформирования и разрушения хрупкого материала достаточно прост. При начальных нагрузках расстояния между атомами, из которых состоит наш образец, увеличиваются, что приводит к росту сил межатомных взаимодействий (см. Рис.1- 4). При определенных значениях внешней нагрузки взаимные смещения атомов становятся так велики, что межатомные силы начинают уменьшаться и перестают уравновешивать внешние силы. Материал разрушается.

На самом деле, расчеты, которые можно провести методами физики, показывают, что межатомные силы, возникающие перед разрушением материала, могут уравновесить внешние силы на несколько порядков большие, чем те, которые достигаются в экспериментах. Впервые объяснение этого факта появилось в работах Алана Гриффитса, опубликованных в 20-30-х годах 20 столетия. Гриффитс изучая, разрушение тонких стеклянных волокон, показал, что причиной разрушения хрупких материалов являются трещины, возникающие, как правило, на поверхности материала и растущие внутрь его. Зарождению трещины способствуют малейшие дефекты этой поверхности, возникающие при твердении материла или его обработке.

Дело в том, что в месте такого дефекта, при деформировании образца, возникает, так называемая, концентрация напряжений (Рис.1- 10), при которой напряжения в непосредственной близости от дефекта могут возрастать в несколько сотен и тысяч раз по сравнению со средним напряжением, действующим в этом сечении ($k \to 2000$).



Концентрация напряжений в месте малого дефекта (царапины)

Рис.1- 10

непосредственной близости к вершине дефекта оказываются в тысячи раз больше нагруженными, чем соседние. Это создает условия для их разрыва и продвижения трещины внутрь образца. Но, для того, чтобы трещина продвигалась необходимо, чтобы ее рост был энергетически оправдан, т.е. при развитии ее выделялось бы больше энергии, чем необходимо для ее образования. Не приводя здесь выкладок, сделанных Грифитцем, укажем, что для любого материала может быть определена «Гриффитсова критическая длина трещины». Эта критическая длина будет зависеть от свойств материала и от величины напряжения, развивающегося в материале в результате его нагружения. Другими словами, если при заданном напряжении, в образце из данного материала, имеется дефект, длина которого пусть очень не много, но превышает критическую длину трещины Гриффиса, то увеличение длины этого дефекта будет энергетически выгодно. И для того, чтобы оно началось необходимо наличие концентрации напряжений на границе этого дефекта, которое разрушит межатомные связи в острие дефекта. Трещина, возникшая из этого дефекта, будет продвигаться вглубь образца с нарастающей скоростью, т.к. чем она длиннее, тем в большей степени энергетически оправдан ее рост и всегда на ее остром конце развивается концентрация напряжений, которая разрушает связи.

-А: этот процесс я много раз наблюдал и выполнял сам. Когда требуется разорвать кусок ткани, можно долго и безуспешно растягивать ее руками, но опытный портной сначала сделает маленький надрез ножницами, а потом, приложив небольшое растягивающее усилие, в направлении перпендикулярном надрезу, разорвет ткань с треском.

Это не совеем то, о чем шла речь, но как схематическое изображение роста трещины он вполне уместен и нагляден. Действительно, для того, чтобы разорвать кусок ткани, потребуется в каждой нити создать усилие, способное эту нить разорвать. Если усилие, требуемое для того, чтобы разорвать одну нить сравнительно невелико, то суммарное усилие во всех нитях будет довольно большим, из-за большого числа нитей. Если же сделать надрез, то это приведет к концентрации напряжений в районе только одной, крайней к разрезу нити. Поэтому при относительно небольшом общем усилии, на крайнюю нить придется усилие, способное ее разорвать. Затем настанет очередь следующей нити, и т.д. Но чем больше нитей выйдет из строя, тем большее усилие будет приходиться на каждую из оставшихся, процесс примет лавинообразных характер. Попробуйте, кто еще не пробовал разорвать тряпку, у Вас получится.

Для материалов, которые мы называем хрупкими, в области напряжений, близких к разрушающим, размер критической длины трещина равен нескольким ангстремам, поэтому дефект такой длины всегда найдется на поверхности образца, а дальше молниеносно начнет реализовываться «тонкое место» в виде трещины, разделяющей образец на две части.

Интересно то, что при уменьшении поперечных размеров образца его прочность возрастает, речь идет, конечно, о существенном уменьшении, таком, что размеры его поперечника становятся сопоставимы с межатомными расстояниями. Если удается создать такой образец, то в нем не могут присутствовать дефекты критической длины. Такую гипотезу высказал Гриффитс и даже косвенно подтвердил ее для стекла. Позднее, когда удалось вырастить монокристаллы в виде «усов» и провести их механические испытания, были достигнуты разрушающие напряжения близкие к теоретической прочности. Кроме того, отмечалось, что при растяжении, «ус» не имеет «тонкого места», а разрушается так, что превращается в «дым», т.е. рвется во всех сечениях одновременно.

Для элементов конструкции, имеющих реальные размеры, процесс хрупкого разрушения неприятен тем, что осуществляется при малых деформациях, внезапно. Вот еще ничего не предвещает беды, как вдруг пробегает одна или несколько трещин и все кончено, конструкция разрушена, а под обломками… Нет, лучше об этом не думать.

-В: а при сжатии, так же все внезапно.

При сжатии хрупкие материалы выдерживают много большие нагрузки, т.к. трещины развиваться не должны. Другое дело, что в реальных условиях создать чистое сжатии бывает не просто.

-А: а что тут сложного, установил образец между плитами пресса и сжимай…

Ну, во-первых, образец должен быть достаточно коротким, а то вместо сжатия получим изгиб, как это случается с тонкой и длинной стальной линейкой, которую пытаются сжать. Попробуйте опереться на нее как на трость. Во-вторых, при сжатии короткого образца, между его опорными поверхностями и плитами испытательной машины развивается огромное трение, что приводит к более сложному напряженному состоянию, чем сжатие. Поэтому образец разрушиться по направлениям, расположенным под 45^{o} к направлению сжатия опять же из-за трещин, а значит внезапно. Теоретически же, любой материал, подверженный равномерному всестороннему сжатию разрушить невозможно. Другой вопрос, как создать такие условия?

Поэтому хрупкие материалы стараются применять в конструкциях, которые работают на сжатие. Камень или кирпич легко себе представить в составе кладки опоры моста или крепостной стены, но кирпичный канат представить себе невозможно. Можно представить себе растянутой стеклянную ножку фужера, но пройти по мосту, подвешенному на стеклянных канатах, - желающих не найдется.

Для растянутых элементов конструкций используют более пластичные материалы, такие, например, как сталь, алюминий и его сплавы, некоторые полимеры, дерево, наконец.

Пластичные материалы

На Рис.1- 8 представлена диаграмма, характерная большинству конструкционных материалов, обладающих пластичными свойствами. Рассмотрим ее подробнее.

На диаграмме Рис.1- 8 имеется ряд характерных точек. Так выделяют точку «1», до которой зависимость ***P – Δl(σ – ε)*** является линейной. Соответствующее этой точке напряжение принято называть ***пределом пропорциональности*** материала. Практически рядом с ней (на Рис.1- 8 преувеличено для наглядности) располагается точка «2», соответствующее ей напряжение называют ***пределом упругости***. Дело с том, что если в точке «2» остановить нагружение образца и постепенно снять нагрузку, то образец вернется в первоначальное состояние, т.е. его длина опять будет равна ***l***, как это было до нагружения. Деформации, которые исчезают при снятии нагрузки, называют ***упругими***.

Если же продолжить нагружение образца за точку «2» и довести его, допустим, до точки «k», а затем постепенно уменьшать нагрузку до нуля, то диаграмма разгрузки не будет совпадать с траекторией «k» - «2» - «1» - 0, а будет изображаться прямой линией фактически параллельной линейному участку 0 – «1». При этом после полной разгрузки длина образца будет больше первоначальной длины ***l*** на величину пластического удлинения $\Delta l_{k\ пл}$, а упругое удлинение $\Delta l_{k\ уп}$ пропадет. Интересно, что при повторном нагружении диаграмма повторит путь разгрузки в обратном направлении, т.е. вернется в точку «k» по пунктирной прямой. Если из точки «k» многократно выполнять циклы «разгрузка – нагружение», то они будут протекать по пунктирной прямой. Это говорит о том, что в процессе пластического деформирования, упругие свойства материала повысились (предел упругости стал выше). Это явление называю ***наклепом***.

Если продолжить нагружение образца за точку «k», пластические деформации будут нарастать, поэтому разгруженный образец станет еще длиннее, при этом «разгрузка – повторное нагружение» всегда будут происходить по некоторой прямой, параллельной участку 0 - «1».

Если нагрузку увеличивать и дальше, то мы, наконец, достигнем точки «3», точки, для которой величина ***P*** имеет максимальное значение. Напряжение соответствующее этой точке называют ***пределом прочности*** материала. Участок диаграммы, расположенный правее точки «3», соответствует процессу прогрессирующего разрушения образца, при котором, в локальной по длине области, развивается утоньшение, называемое шейкой, где и происходит разрыв образца.

Таким образом, из проделанного рассмотрения процесса деформирования образца изготовленного из некоего конструкционного материала, которому соответствует диаграмма Рис.1- 8 можно сделать следующие выводы:

- конструкционные материалы могут обладать как упругими, так и пластическими свойствами;

- при нагружении, когда напряжения не превосходят предел упругости, материал ведет себя как абсолютно упругий, т.е. все его деформации полностью обратимы и полностью исчезают при разгрузке. Очевидно, что конструкции, материал которых в процессе нагружения проявляет чисто упругие свойства, будут возвращать свои первоначальные размеры и форму после снятия нагрузки;

- при нагружении за предел упругости в материале развиваются кроме упругих еще и пластические деформации, которые необратимы. Поэтому конструкции, при нагружении которых, материал перешел в пластическую стадию, навсегда потеряют свою первоначальную форму и не восстановят ее после разгрузки. Больше того, в них могут возникнуть еще и остаточные напряжения (ниже мы рассмотрим пример такой конструкции). Заметим, что необратимость формы будет возникать уже тогда, когда только часть элементов конструкции перейдет к пластическому деформированию;

- при пластическом деформировании материал изменяет свои свойства, наклепывается, при этом его упругие характеристики возрастают и он становиться более хрупким. Так, например, очень пластичный материал – низко-углеродистая сталь (см. Рис.1- 9), можно наклепать, нагрузив его до напряжений близких к пределу прочности и разгрузить. При этом будет получен новый материал, который по своим свойствам будет напоминать чугун, бетон или камень (см. Рис.1- 7), т.е будет вести себя как хрупкий материал, хотя предел пропорциональности его возрастет.

При нагружении за предел упругости в пластичном материале накапливаются «повреждения», которые, не уменьшая прочности материала, способствуют возникновению необратимых деформаций.

Первые теории, описывающие механизм пластической деформации в кристаллах, имели в своей основе представления о сдвиге слоев (плоскостей) атомов, образующих кристаллическую решетку, друг относительно друга, без разрыва межатомных связей, а путем их перестройки (см. Рис.1- 11). Как показано на Рис.1- 11, под действием внешних нагрузок τ верхний слой атомов в кристалле пытается сдвинуться относительно нижнего слоя, когда перемещения сдвига достигают определенной величины, межатомные связи перестраиваются скачком и слои атомов сдвигаются друг относительно друга на одно межатомное расстояние. Таким образом, кристалл не разрушен, но перемещение осуществилось. Это качественно верно описывает физику пластической деформации.

Одно плохо. Величины **τ**, рассчитанные по такой модели, оказываются на несколько порядков больше, чем получаемые в эксперименте.

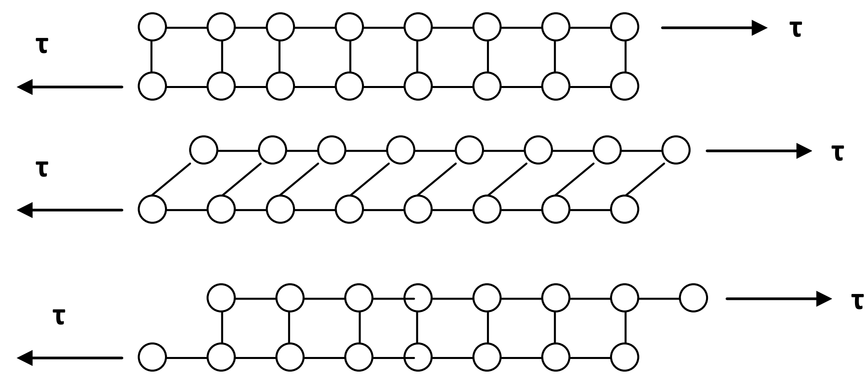
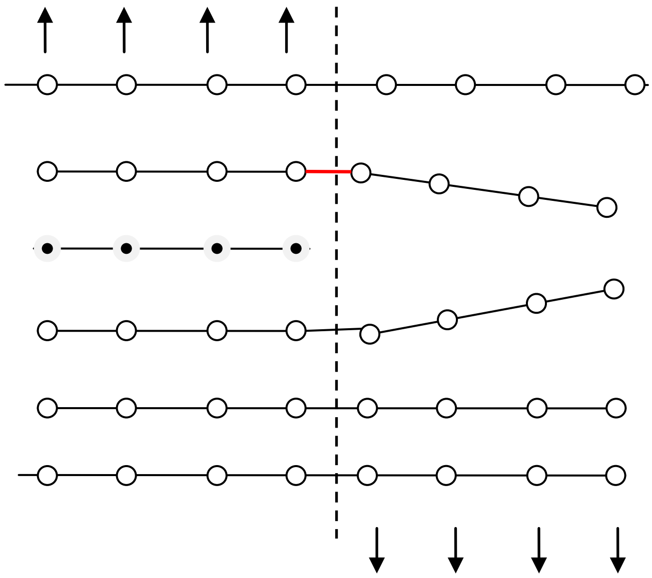


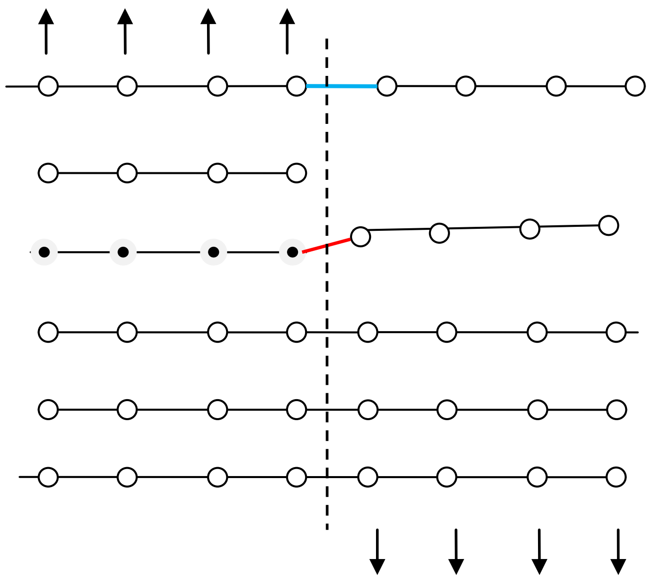
Рис.1- 11

Теория пластической деформации материала, соответствующая эксперименту, была построена в 30 – 40-х годах 20 века после того, как 1935 году Дж. Тэйлор, Я.И. Френкель и Е. Орован, не зависимо друг от друга ввели представление о естественных несовершенствах кристаллов, которые, со временем, получили название дислокаций.



Краевая дислокация (этап 1)

Рис.1- 12



Движение краевой дислокации (этап 2)

Рис.1- 13

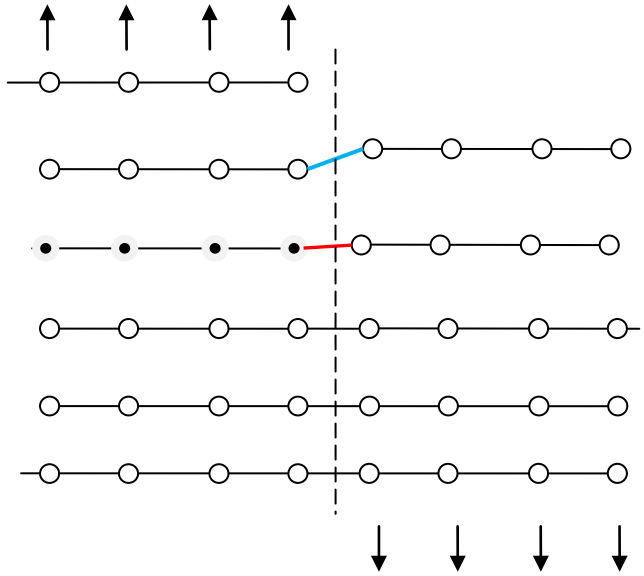
Краевая дислокация (а бывают еще и винтовые) может образоваться в кристалле в процессе его роста путем добавления к уже существующим, следующих слоев (плоскостей) атомов. Дж. Тейлор предположил, что по некотором причинам, один из слоев может оказаться дефектным и закончит свое формирование, не дойдя до грани кристалла. Как если бы каменщик, укладывающий кирпичи, не доведя очередной слой до конца стены, начал бы, и уложил следующий слой поверх дефектного. Схематично краевая дислокация представлена на Рис.1- 12 , (темные кружочки).

Пусть кристалл нагружен таким образом, что в плоскости, отмеченной на Рис.1- 12 пунктирной линией будут создаваться условия для сдвига. Тогда связь, помеченная красным цветом, сможет перестроиться в положение, показанное на Рис.1- 13. При этом дислокация окажется расположенной уже на один уровень выше.

Подчеркнем, что для передвижения дислокации на один межатомный уровень потребовалось перестроить только одну межатомную связь.

На следующем этапе, под действием внешней нагрузки, произойдет перестроение связи, показанной на Рис.1- 13 и Рис.1- 14 голубым цветом. В результате такого перестроения дислокация, переместившись еще на один уровень, выйдет на поверхность, что будет эквивалентно сдвигу на один межатомный уровень всего кристалла.

Ясно, что при таком порядке перестроения связей к кристаллу придется приложить много меньшие нагрузки, чем в случае, проиллюстрированном на Рис.1- 11.



Выход краевой дислокации на поверхность кристалла (этап 3)

Рис.1- 14

Дислокации присутствуют в кристаллах с момента его рождения, но как выяснилось, они могут образовываться дополнительно, в процессе деформирования, либо в результате взаимодействия соседних дислокаций, либо на концах трещин в зонах концентрации напряжений.

Столь остроумное решение проблемы, обеспечившей расчет **τ,** вполне соответствующим эксперименту, долгое время не могла получить объективного подтверждения. Обнаружить и зафиксировать на фотографии дислокации в кристаллах удалось только в 60-х годах 20 века.

-А: а почему в хрупких материалах мы не наблюдаем движения дислокаций? Значит ли это, что в кристаллах хрупких материалов нет дислокаций?

Нет, дислокации есть в любых кристаллах, но условия, для их движения, в хрупких материалах, не возникают, потому, что, для хрупкого материла, развитее трещин становиться возможным при меньших нагрузках, чем те, которые вызывают движение дислокаций. Для пластичных материалов - все наоборот. При росте нагрузки сначала реализуются условия движения дислокаций, что приводит к течению материала и одновременно к наклепу. Последний наделяет материал хрупкими свойствами, а далее – хрупкое разрушение.

- Б: из этого я, для себя, делаю такой вывод. Нельзя нагружать конструкции, выполненные из пластичных материалов, выше предела упругости, а лучше не превышать и предел пропорциональности. И хорошо бы использовать наклепанную сталь.

Из каких соображений Вы сделали такие выводы?

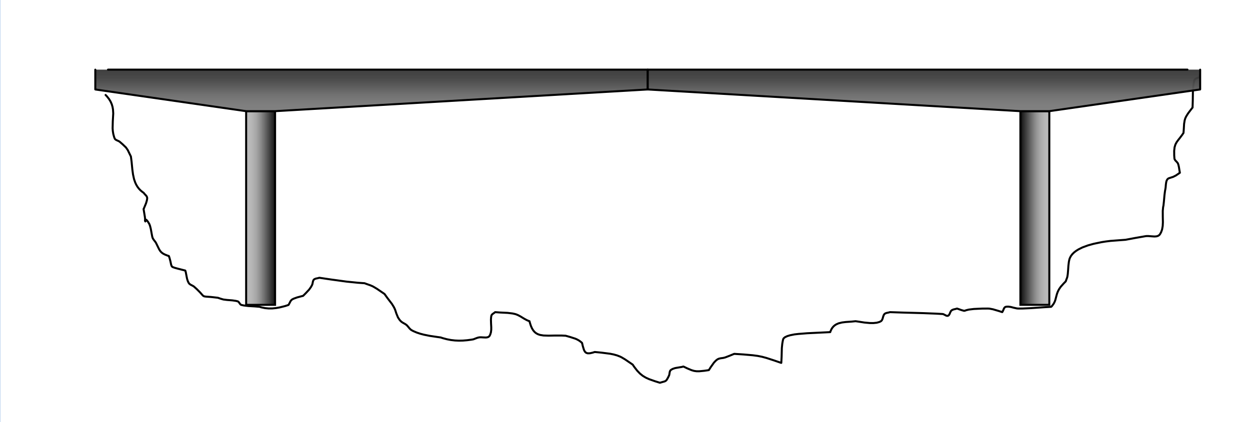


Рис.1- 15

*-Б: ну, во-первых, конструкция, нагруженная за предел упругости после разгрузки будет выглядеть не так, как ее задумали. Ну, например мост, запроектированный таким (*Рис.1- 15*):*

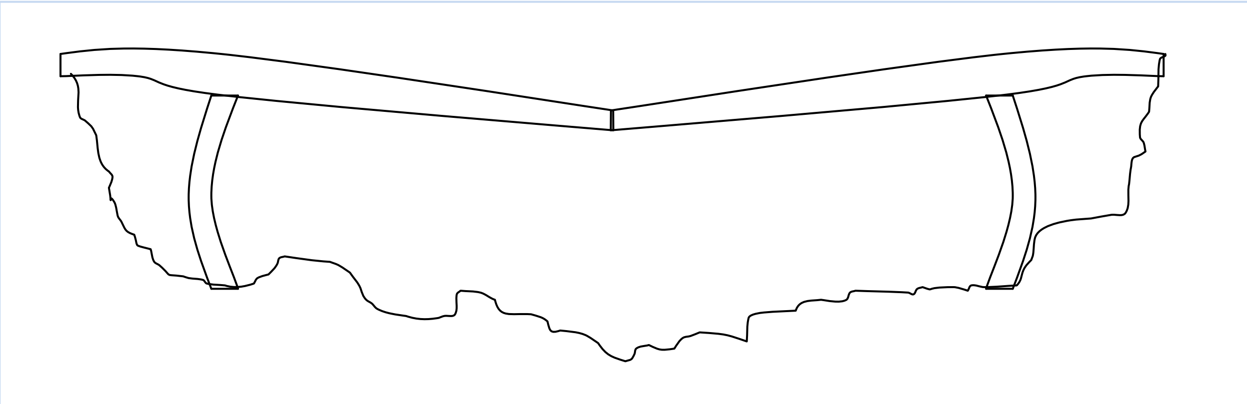


Рис.1- 16

*после нагружения и снятия нагрузки будет выглядеть так (*Рис.1- 16*):*

И кто же захочет ездить по такому мосту? Во-вторых, если не загружать конструкцию за предел пропорциональности, то все расчеты должны упроститься, т.к. оперировать линейными зависимостями много легче, чем нелинейными. В-третьих, если материал наклепан, то предел пропорциональности и предел упругости выше, а значит, конструкция сможет воспринять большую нагрузку.

Ваши рассуждения во многом верны, однако у меня будут серьезные возражения по последнему тезису. Во-первых, на практике наклепать материал довольно проблематично. Например, Ваш мост, если он металлический, будет сварен из листовой стали, как выполнить наклеп в листах? На чем их растягивать за предел упругости? Проблематично. Да еще при одностороннем растяжении листа он наклепается только в направлении деформирования и станет ортотропным, т.е. его свойства, как у дерева, будут различны в направлении наклепа и в перпендикулярном. Все это выглядит нереальным. Во-вторых, наклеп, и это ужасно, превращает пластичный материал в хрупкий.

Что касается первых двух предложений тут, трудно не согласиться. Правда, и здесь будет замечание. Очевидно, что для некоторых случаев вполне можно допустить пластическое деформирование. Ну, во-первых, это чисто технологические задачи, возникающие при обработке металлов давлением. Например, изготовление кастрюли из заготовки, представляющей собой круглую пластинку, методом холодного штампования как раз и есть такая задача. Во-вторых, это, так называемые, одноразовые конструкции. Например, боевая ракета. В этом случае вполне можно допустить пластическое деформирование конструкции, лишь бы это не ухудшало ее свойства, связанные с управлением и наведением на цель.

Или вот еще один очень показательный пример. Несущий кузов современного легкового автомобиля. В этом случае, чрезвычайно важно, что бы при эксплуатационных нагрузках не возникало никаких пластических деформаций. Иначе, приехав из магазина на новом автомобиле, мы можем не суметь открыть двери, которые окажутся заклиненными в пластически-деформированных проемах. С другой стороны, когда автомобиль становиться «одноразовым», например, при лобовом столкновении, важно, чтобы материал кузова полностью проявил свои пластические свойства, сминаясь и поглощая энергию удара.

Здесь, видимо, самое время поговорить об энергии деформирования. Вспомним наш первый пример с доской, на которую мы постепенно переносим свой вес (Рис.1- 1 и Рис.1-2). В конечный момент, когда мы уже оказались на доске, сила нашего веса произвела работу, равную

$$\boldsymbol{T = \frac{1}{2}\, P\, v},$$

Где $\boldsymbol{P}$– сила веса;

$\boldsymbol{v}$ – прогиб доски подо мной.

Множитель 1/2, появился в этой формуле в связи с тем, что сила совершает работу на перемещении, вызванном действием ее самой, другими словами перемещение растет вместе с ростом силы. Если этот процесс изобразить графически (Рис.1- 17), то работа силы P, будет соответствовать площади заштрихованного треугольника.

Эта работа численно равна величине потенциальной энергии W, которая накапливается в доске в процессе ее деформирования. Такую энергию принято называть потенциальной энергией упругой деформации. При снятии нагрузки, упругая деформация пропадет, а потенциальная энергия, перейдет в другие виды энергии, высвободится. Например, если стоя на доске, мы достанем из кармана спичечный коробок и положим его на доску, а сами с нее спрыгнем, то часть потенциальной энергии изогнутой доски, преобразуется в кинетическую энергию улетающего коробка, а часть будет поддерживать колебания доски, постепенно рассеиваясь в виде тепла.

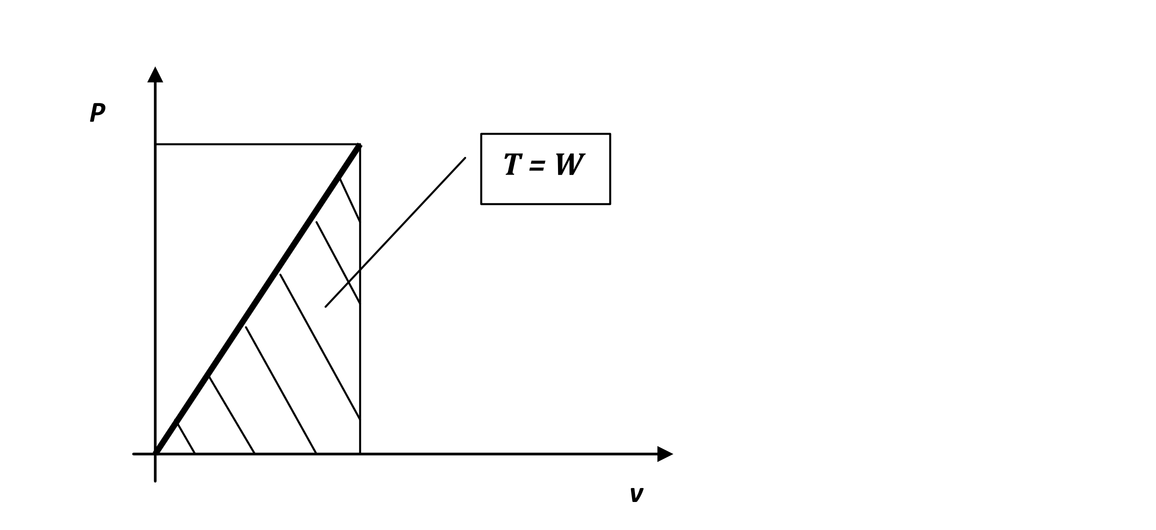


Рис.1- 17

Таким образом, упруго деформированные тела обладают запасом потенциальной энергии, иногда очень грозной. Например, если вместо доски будет лук, а вместо коробка – стрела.

В любом случае площадь диаграммы деформирования (фигуры, образованной кривой диаграммы и осью удлинения) представляет собой работу, внешне силы P, на перемещениях, вызванных деформированием образца.

Обладая этими знаниями, вернемся к нашему автомобилю, встречающему на своем пути стену. Если кузов его сделан из пластичного материала, например, из низкоуглеродистой стали, то (см. Рис.1- 9) малая часть энергии, соответствующая площади треугольника 1-2-3 превратиться в энергию разлетающихся кусков, за то, площадь фигуры 0-4-5-1-2, будет соответствовать энергии, поглощенной материалом и использованной на перемещение дислокаций. Значит, пластичным кузовом будет поглощено количество энергии удара, соответствующее площади фигуры 0-4-5-1-2. Если бы кузов автомобиля был сделан из наклепанной стали, то на поглощение энергии удара, материал отреагировал бы только площадь треугольника 1-2-3 . Не знаю как Вы, а я, на всякий случай, сяду в автомобиль из пластичной стали.

Вообще, пластичные материалы интуитивно кажутся более надежными. На практике, конструкции из пластичных материалов, как правило, оказываются менее чувствительными к неточностям проектирования и/или изготовления. Как такое может быть? Рассмотрим один пример.

Допустим, что мы проектируем конструкцию, состоящую из 3-х одинаковых деформируемых стержней, соединенных между собой абсолютно жесткой балкой, подвешенной на этих стержнях к потолку. Эта конструкция будет нагружаться сосредоточенной силой, приложенной в центре балки (см. Рис.1- 18).

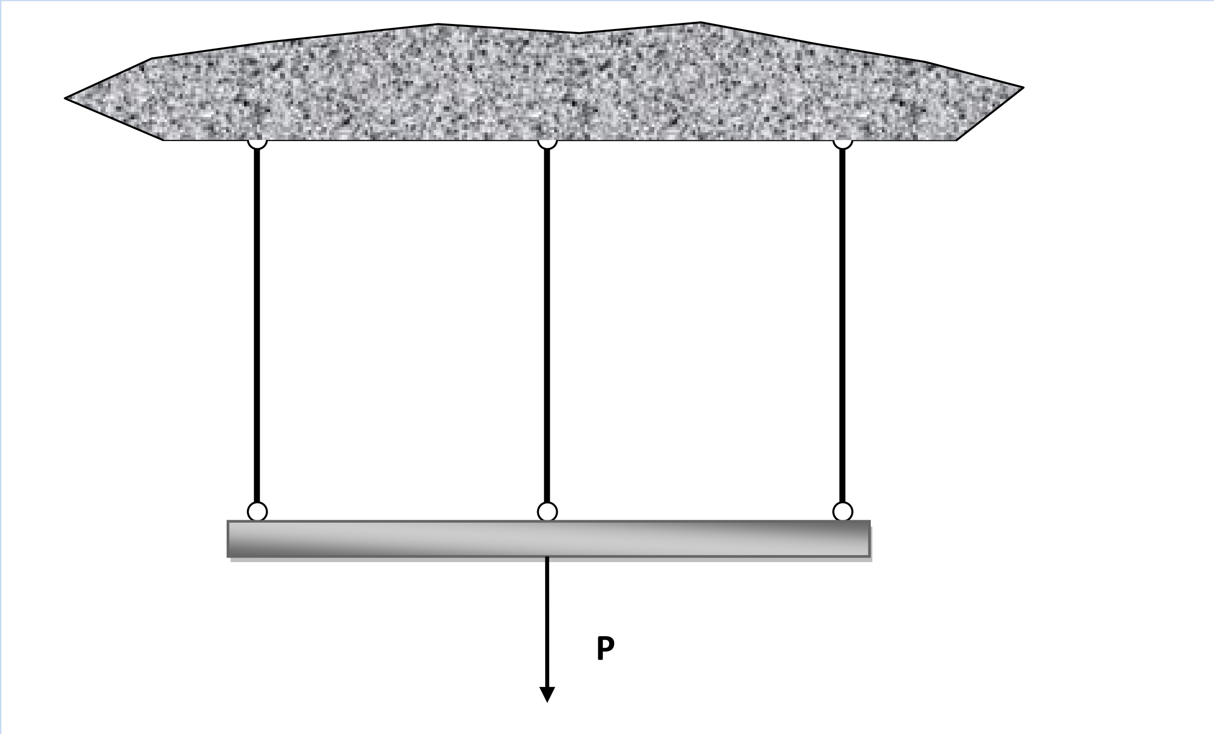


Рис.1- 18

Из соображений симметрии, можем утверждать, что при деформировании такой конструкции в каждом из стержней возникнет сила сопротивления, равная 1/3 P, так, что все вместе они будут уравновешивать внешнюю нагрузку P. Рассмотрим два варианта материала, которые можно применить для наших стержней: хрупкий и упруго пластический. Их диаграммы деформирования представлены на Рис.1- 19.

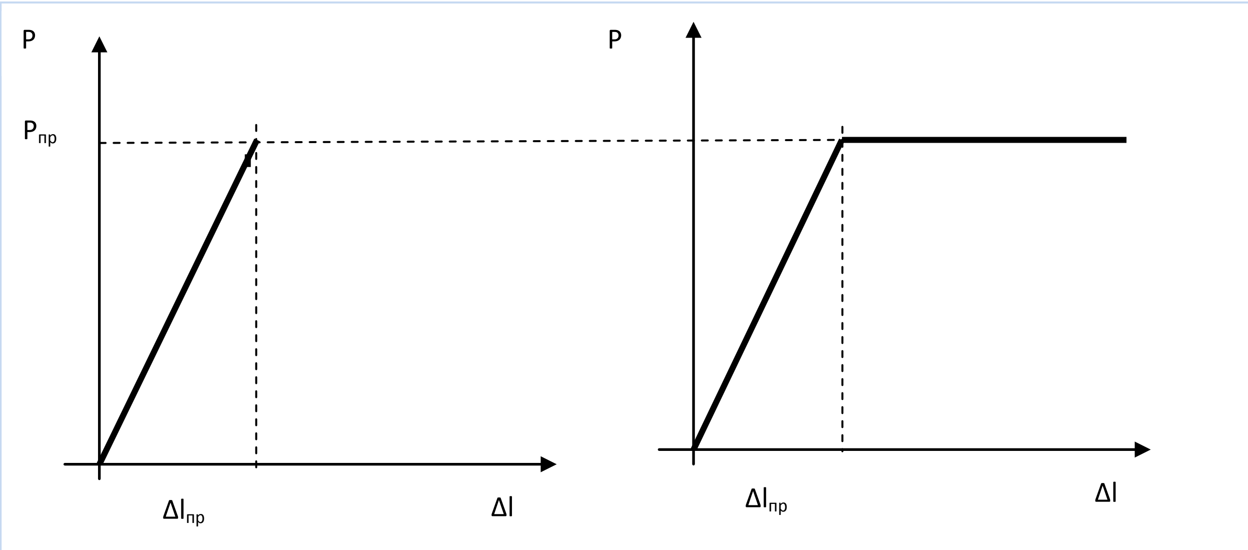


Рис.1- 19

Заметим, что предельно допустимые нагрузки $P_{пр}$ имеют одинаковые значения для хрупкого и пластичного материала, но в первом случае, при достижении усилием в стержне этой величины происходит хрупкое разрушение, а во втором – осуществляется неограниченное пластическое течение материала.

В силу сказанного, для хрупкого или упруго-пластичного материала проектная несущая способность нашей конструкции будет соответствовать внешней нагрузке, равной

$$P = 3\,P_{\text{пр}}.$$

Но это в теории, а практика всегда вносит свои коррективы. Допустим, что в нашем случае, при изготовлении элементов конструкции на заводе допустили неточность, выполнив средний стержень, короче крайних на величину *d* (Рис.1- 20).

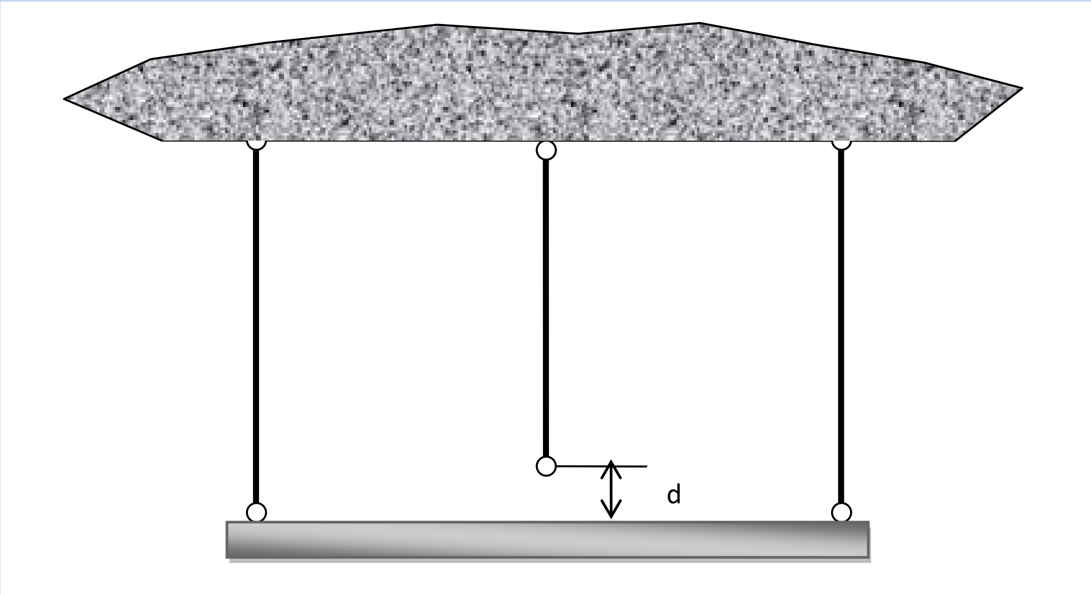


Рис.1- 20

На Рис.1- 20 неточность изготовления *d* показана, преувеличено большой. Тем не менее, чтобы собрать конструкцию придется растянуть средний стержень на величину d. Это можно сделать, например, нагрузив его некими грузами. Пусть в нашем случае вес этих грузов меньше, чем $P_{пр}$, иначе, средний стержень разрушится до момента сборки (хрупкий материал). Понятно, что $d \leq \Delta_{\text{пр}}$. После того, как конструкция будет собрана, снимем грузы со среднего стержня. Что произойдет с конструкцией?

-Б: очевидно, что после удаления грузов, средний стержень попытается вернуться в первоначальное не растянутое состояние. Однако крайние стержни будут этому сопротивляться, в результате чего окажутся сжатыми, тогда как средний стержень останется частично растянутым. Вся конструкция будет предварительно напряжена.

Исчерпывающий анализ. И так в начальном состоянии средний стержень уже растянут, тогда, как крайние - сжаты. Но наша конструкция должна воспринять полезную нагрузку, которая, по расчету, может достигать значения $3P_{пр}$ - <малая величина>.

Будем теперь увеличивать внешнюю нагрузку. Ясно, что рост растягивающей силы в среднем стержне будет опережать рост величин растягивающих сил в первоначально сжатых крайних стержнях. Наконец, значение силы в среднем стержне достигнет величины $P_{пр}$. В крайних стержнях усилие будет меньше.

Рассмотрим сначала случай, когда стержни сделаны из **хрупкого** материала.

При достижении усилием в среднем стержне величины $P_{пр}$ он разрушится. И, в этом случае возможны два варианта. Первый реализуется тогда, когда перед разрывом среднего стержня величина внешнего воздействия была меньше $2P_{пр}$. Если это так, то, после разрушения среднего стрежня, конструкция окажется состоящей только из двух крайних стержней, но, вообще говоря, еще сможет сопротивляться нагрузке. Продолжая нагружать конструкцию, мы дойдем до состояния, когда в обоих крайних стержнях усилия примут значения по $P_{пр}$. Таким образом, наша конструкция, реализованная из хрупкого материала, сможет воспринять нагрузку не более $2P_{пр}$, вместо расчетной в $3P_{пр}$. Это катастрофа. Из-за того, что средний стержень оказался, при сборке, предварительно растянут, конструкция не выдержит проектную нагрузку, что может привести к печальным последствиям.

Второй вариант, реализуется тогда, когда к моменту разрушения среднего стержня, внешняя сила уже превысит величину $2P_{пр}$. В этом случае, после разрушения среднего стержня, моментально разрушаться и крайние. Несмотря на то, что в этом случае при разрушении конструкции внешняя сила P будет больше $2P_{пр}$, но меньше расчетной величины $3P_{пр}$, разрушение произойдет мгновенно и «неожиданно».

-А: а что в этом необыкновенного, мы ж «выбрали» часть несущей способности среднего стержня при сборке, несколько растянув его. Нужно точнее изготавливать элементы конструкции и все будет в порядке.

К сожалению это невозможно, как бы мы не старались, все равно неточности изготовления будут всегда.

-Б: интересно, где лежит граница между этими вариантами. Очевидно, что возможность реализации первого или второго варианта зависит от величины ошибки d.

Совершенно верно. Проведем анализ этой ситуации.

Давайте начнем рассмотрение с момента, когда к системе приложена такая внешняя сила P_1, которая вызовет удлинение среднего стержня на величину d. Запишем для этого случая закон Гука (для среднего стержня).

$$d = \frac{P_1\, l}{EA}$$

Из этой зависимости найдем значение этой силы,

$$P_1 = \frac{dEA}{l}$$

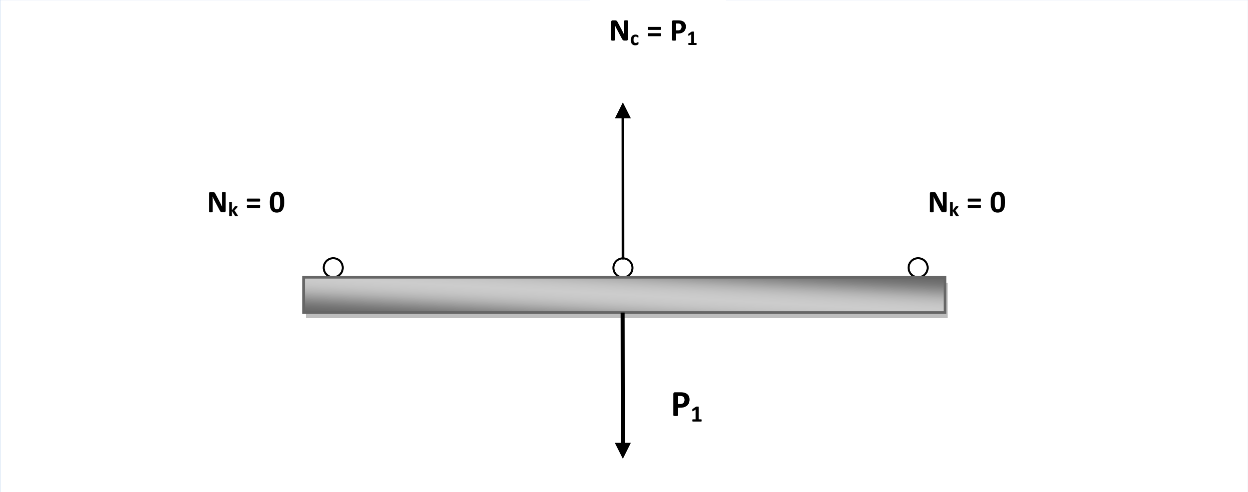


Рис.1- 21

В этой ситуации в конструкции будут действовать силы, показанные на Рис.1- 21.

Будем увеличивать внешнюю силу до такой величины P_2, когда в среднем стержне возникнет усилие равное $P_{пр}$, соответствующее моменту разрушения среднего стержня. Другими словами к этому моменту удлинение среднего стержня должно стать равным $\Delta l_{пр}$. И в этом состоянии, как следует из Рис.1- 22, удлинения крайних стержней будут равны

$$\Delta l^* = \Delta l_{\text{пр}} - d$$

А значит, усилия в каждом из них составят

$$N_k = \frac{EA\Delta l^*}{l} = \frac{EA\,(\Delta l_{\text{пр}} - d)}{l} = P_{\text{пр}} - \frac{dEA}{l}$$

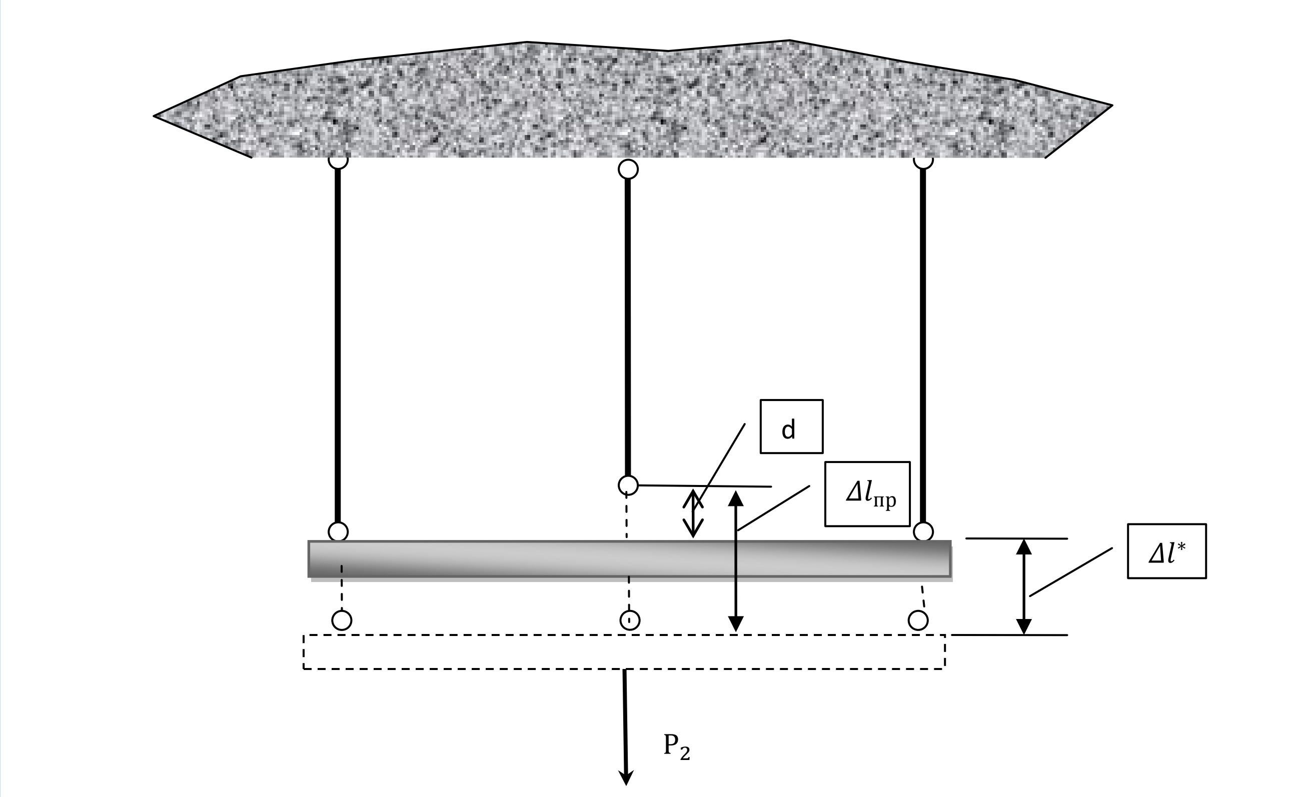


Рис.1- 22

Таким образом внешняя сила P_2, при которой в среднем стержне возникают усилие равное $P_{пр}$, будет равна

$$P_2 = 2N_k + N_c = 2\left(P_{\text{пр}} - \frac{dEA}{l}\right) + P_{\text{пр}} = 3\,P_{\text{пр}} - \frac{2dEA}{l}$$

(Ф.1- 6)

Из этой формулы мы и найдем границу, разделяющую эти два варианта. Для первого из них $P_2 < 2P_{пр}$ или

$$3\,P_{\text{пр}} - \frac{2dEA}{l} < 2\,P_{\text{пр}}$$

Найдем отсюда величину начального несовершенства *d*

$$d > P_{\text{пр}} \frac{l}{2EA}$$

С учетом того, что $\frac{P_{\text{пр}} l}{EA} = \Delta l_{\text{пр}}$ получим окончательно, что граница между вариантами определяется неравенством

$$d > 0{,}5\,\Delta l_{\text{пр}}$$

Другими словами, если средний стержень окажется короче крайних на величину больше, чем 0,5 $\Delta l_{пр}$, то разрушение его произойдет до того, как внешняя сила превысит $2P_{пр}$ и, наоборот, при сравнительно малых значениях d (меньше 0,5 $\Delta l_{пр}$) разрушение среднего стержня вызовет мгновенное разрушение всей конструкции.

-Б: вот теперь все понятно. Как следует из формулы (Ф.1- 6) *при $d = 0$ (нет неточности изготовления) средний стержень разрушится при $P_2 = 3P_{пр}$, при $d < 0,5\ \Delta l_{пр}$ разрушению среднего стержня будет соответствовать внешняя нагрузка $3P_{пр} < P_2 < 2P_{пр}$, а при $d > 0,5\ \Delta l_{пр}$ разрушение произойдет при $P_2 < 2P_{пр}$ и для разрушения всей конструкции ее придется догрузить до $P_2 = 2P_{пр}$.*

Но продолжим наше рассмотрение.

Как поведет себя конструкция, выполненная из **упруго-пластичного** материала? Очевидно, что не будет никакой разницы в поведении хрупкой и упруго-пластичной конструкции до того момента, пока усилие в среднем стержне не достигнет $P_{пр}$. Затем, что при увеличении нагрузки P материал среднего стержня, как это следует из соответствующей диаграммы Рис.1- 19, будет течь. Это значит, что деформации его будут развиваться, а усилие в нем будет постоянным и равным $P_{пр}$. Увеличивая и дальше внешнюю нагрузку, мы придем к состоянию, когда в крайних стержнях усилие тоже достигнет величин $P_{пр}$. Таким образом, в момент потери несущей способности упруго-пластическая конструкция будет воспринимать внешнюю нагрузку величиной $3P_{пр}$, т.е. расчетную.

Таким образом, конструкции из хрупкого материала не прощают ошибок при их изготовлении, а пластичные материалы позволяют конструкциям приспосабливаться к реальным условиям.

Теперь попытайтесь ответить на вопрос: «Что будет с нашей конструкцией, если, после того, как усилия во всех стержнях примут значение $P_{пр}$, мы снимем внешнюю нагрузку?»

-А: я настолько шокирован полученным результатом, что воздержусь от ответа.

-Б: я, пожалуй, присоединюсь к А.

Хорошо, вернемся к нашей конструкции, находящейся в состоянии, показанном на Рис.1-22. Как отмечалось выше, в этом состоянии нет различий между хрупкой и упругопластической реализацией нашей конструкции, поэтому, все выкладки, сделанные выше, верны и в рассматриваемом случае упругопластического деформирования.

При внешней нагрузке меньшей P_2 (см. формулу (Ф.1- 6)) во всех элементах конструкции возникают чисто упругие деформации, поэтому при снятии нагрузки конструкция вернется в исходное «преднапряженное» состояние, при котором средний стержень растянут, а крайние сжаты. Когда же нагрузка превысит значение P_2, в среднем стержне начнут развиваться необратимые пластические деформации. Нетрудно сообразить, что при разгрузке системы из такого состояния ее «преднапряженность» будет тем меньше, чем больших пластических деформаций удастся достичь при ее нагружении, т.к. эти пластические деформации будут «компенсировать» недостаточность длины среднего стержня. И, очевидно, что после того, как эти пластические деформации, достигнут величины *d*, разгруженная конструкция окажется ненапряженной. Т.е. пластическое деформирование исправит неточность изготовления среднего стержня.

Найдем, при каком значении внешней силы P_3 пластическое удлинение среднего стержня достигнет значения *d*. Такое состояние системы будет достигнуто, если все перемещения, показанные на Рис.1- 22, будут увеличены на *d*.

Тогда удлинения крайних стержней будут составлять

$$\Delta l^* = \Delta l_{\text{пр}} - d + d = \Delta l_{\text{пр}}$$

Другими словами, средний стержень получит пластическую деформацию равную его начальному несовершенству ***d*,** в точности тогда, когда удлинения крайних стержней достигнут величины $\Delta l_{\text{пр}}$, т.е. когда система достигнет своего предельного состояния и во всех стержнях усилия окажутся равными $P_{\text{пр}}$, а внешняя нагрузка P_3 будет равна 2 $P_{\text{пр}}$.

Таким образом, ответ на поставленный вопрос: «Что будет с нашей конструкцией, если, после того, как усилия во всех стержнях примут значение $P_{\text{пр}}$, мы снимем внешнюю нагрузку?» звучит так: «Усилия во всех стержнях будут одинаковы и равны нулю. Ошибки изготовления будут компенсированы пластическим деформированием среднего стержня».

-А: все просто, можно было догадаться.

-Б: я не считаю полученный вывод уж очень простым и очевидным. Кроме того, мне кажется, что в выкладки, приведенные выше, закралась ошибка. Почему, записывая закон Гука для крайних и среднего стержня, в качестве длины стержня брали l. Мне кажется, что для среднего стержня правильней было бы брать (l – d).

А как, по-вашему, правильней при записи закона Гука в качестве длины брать первоначальную l или конечную ($l + \Delta l$)?

-В: при записи закона Гука предполагалось, что удлинение стержня настолько мало, по сравнению с длиной стержня, что им можно пренебрегать, т.е. $(l + \Delta l) = l$.

Учитывая, что *d* по определению задачи является величиной того же порядка, что и Δ*l* мы должны использовать l вместо (l – *d*).

-А: все, я окончательно запутался. Если (l – d) = l, то значит, что d =0, но мы рассматривали случай, когда d > 0. В этом весь смыл этого примера. Почему, в одних формулах мы считаем, что d = 0, а в других - полагаем, что d > 0. Как здесь не запутаться?

Ничего необычного в наших рассуждениях нет. Наш пример, действительно, характерен именно тем, что в системе есть некие несовершенства, ошибки изготовления. При этом мы считаем, что эти несовершенства малы. Т.е. d > 0, но мало. Мало настолько, что сравнимо с удлинениями Δ*l.* Другими словами d есть величина того же порядка, что и удлинение. Поэтому d > 0, d + d=2d и т.д. Однако, в сравнении с размерами конструкции, в частности с l, d является исчезающе малой величиной, поэтому, для упрощения наших выкладок, мы всюду, где появляются суммы (разности) ($l + d$) или ($l - d$) без особой потери точности вправе считать $d = 0$. Именно это допущение и его применение при построении расчетных зависимостей и приводит нас к линейным уравнениям, которые мы легко решаем методами линейной (школьной) алгебры.

Рассмотренный пример наглядно демонстрирует различия в поведении хрупких и пластичных материалов в составе конструкций. Ранее мы видели, что разрушение хрупких материалов связано с образованием трещин. Почему же в пластичных материалах отсутствуют те же процессы. Оказывается, что процессы, тормозящие развитие трещин в пластичных материалах, сродни тем, которые были рассмотрены в предыдущем примере.

Ранее мы выяснили, что главную роль в поддержании условий, необходимых для продвижения трещины, играет концентрация напряжений, возникающая вблизи вершины трещины. Если материал обладает пластическими свойствами, то в зоне повышенных напряжений возникают локальные пластические деформации, что, в свою очередь, резко снижает уровень напряжений в этих местах и трещина замирает, как бы завязая в пластической зоне.

-Б: получается, что пластичные материалы много лучше хрупких. Тогда зачем выпускают хрупкие материалы?

Я не стану здесь доказывать необходимость делать фужеры из стекла, а не из стали. В ряде случаев, твердость материала, а зачастую хрупкие материалы обладают свойствами повышенной твердости, значительно важнее других его свойств. Это, например, заставляет тратить большие средства на производство искусственных алмазов. В других случаях применение хрупких материалов просто экономически выгодно. Например, хрупкий кирпич ведет себя замечательно в сжатых элементах конструкции – стенах, колоннах и т.п. И никому не приходит в голову строить стены из пластичных золотых слитков. Тем не менее, для создания современных тонкостенных сильно нагруженных конструкций, таких как кузов автомобиля, крыло самолета, корпус корабля или ракеты необходимы материалы, способные сопротивляться трещинообразованию при знакопеременных воздействиях большой величины. На роль таких материалов в современных условиях в первую очередь претендуют стали или сплавы на основе алюминия в основном из-за присущих им пластических свойств и относительно не высокой стоимости. И только в очень ответственных конструкциях находят применение дорогие в изготовлении композитные материалы, обладающие уникальными прочностными и эксплуатационными свойствами. В настоящей книге мы не будем касаться рассмотрения особенностей поведения таких современных материалов потому, что поведение их под нагрузкой довольно сильно отличается от поведения традиционных материалов, а применение их еще сильно ограничено их стоимостью.